

MT - 06

December - Examination 2015

B.A. / BSc. - II Year Examination**Numerical Analysis & Vector Calculus****Paper - MT - 06****Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 66**

Note : The Question Paper is divided into three sections A, B and C. Use of calculators is allowed in this paper.

नोट : यह प्रश्नपत्र 'अ' 'ब' तथा 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। इस प्रश्नपत्र में कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section - A

6 x 1 = 6

Note : Section 'A' contain 06 very short answer type questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit is 30 words.

(खण्ड - अ)

अति लघु उत्तर वाले प्रश्न (अनिवार्य)

नोट : खण्ड 'अ' में छह (06) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 1 अंक हैं और अधिकतम शब्द सीमा 30 शब्द हैं।

- 1) (i) Prove that (सिद्ध कीजिए) $\nabla^m y_n = \Delta^m y_{n-m}$
- (ii) If $\vec{r} = \sin t \hat{i} + \cos t \hat{j} + t \hat{k}$, find $\left| \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \right|$
 यदि $\vec{r} = \sin t \hat{i} + \cos t \hat{j} + t \hat{k}$ तो $\left| \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \right|$ का मान बताइये।
- (iii) Define the vector differential operator ∇ .
 सदिश अवकल संकारक ∇ को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Find divergence of a constant vector \vec{a}
 एक अचर सदिश \vec{a} का अपसरण ज्ञात कीजिये।
- (v) Write the value of $\Delta^3 e^x$
 $\Delta^3 e^x$ का मान लिखिये।
- (vi) Write the relation between E and σ
 संकारक E एवं σ में सम्बन्ध लिखिये।

Section - B

4 x 8 = 32

(Short Answer Questions)

Note : Section 'B' contain eight short answer type questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड - ब)

(लघुउत्तर वाले प्रश्न)

नोट : खण्ड 'ब' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देने हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

2) Prove that (सिद्ध कीजिए कि) :

$$\Delta^n \sin(ax + b) = \left(2 \sin \frac{ah}{2}\right)^n \sin \left[ax + b + n \left(\frac{ah}{2} + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

3) Prove that (सिद्ध कीजिए कि) : $x^{(-n)} = \frac{1}{(x + nh)^{(n)}}$

4) Use Bessel's formula find the value of y at $x = 3.75$ from the following table.

बेसल सूत्रद्वारा निम्न सारणी की सहायता से $x = 3.75$ पर y का मान ज्ञात कीजिए।

x	2.5	3	3.5	4.0	4.5	5.0
y	24145	22043	20225	18644	17262	16047

5) By means of Newton's divided difference formula find the value of $f(x)$ at $x = 2$ from the following table.

निम्न सारणी में दिये गए मानों की सहायता से न्यूटन विभाजित अंतर सूत्र के प्रयोग द्वारा $x = 2$ पर $f(x)$ का मान ज्ञात कीजिए।

x	0	1	8
$f(x)$	8	68	123

- 6) Use synthetic division to solve

$$f(x) = x^3 - x^2 - 1.001x + 0.9999 = 0$$

in the neighborhood of $x = 1$

संश्लिष्ट भाग के प्रयोग से $x = 1$ के समीप्य में निम्न समीकरण

$$f(x) = x^3 - x^2 - 1.001x + 0.9999 = 0 \text{ का हल ज्ञात कीजिए।}$$

- 7) Solve by using Jacobi's interaction method.

जैकोबी पुनरावृत्ति विधि को उपयोग करते हुए हल कीजिये।

$$10x + 2y + z = 9$$

$$2x + 20y - 2z = -44$$

$$-2x + 3y + 10z = 22$$

- 8) If \vec{a} and \vec{b} are constant vectors then prove that

यदि \vec{a} और \vec{b} अचर सदिश हो तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\text{div} [\vec{r} \times (\vec{a} \times \vec{r})] = -2(\vec{r} \cdot \vec{a})$$

- 9) If $\frac{d\vec{a}}{dx} = \vec{c} \times \vec{a}$ and $\frac{d\vec{b}}{dx} = \vec{c} \times \vec{b}$ then prove that :

यदि $\frac{d\vec{a}}{dx} = \vec{c} \times \vec{a}$ तथा $\frac{d\vec{b}}{dx} = \vec{c} \times \vec{b}$ हो तो सिद्ध कीजिये :

$$\frac{d}{dx} (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$$

Note : Section 'C' contain 4 long answer type questions. Examinees will have to answer any two 02 questions. Each question is of 14 marks Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तर वाले प्रश्न)

नोट : खण्ड 'स' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं भी दो (02) सवालों के जवाब देने हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

10) Verify Stoke's theorem for $\vec{F} = 3y\hat{i} - xz\hat{j} + yz^2\hat{k}$ over the region bounded by $x^2 + y^2 = z^2, z = 2$

सदिश $\vec{F} = 3y\hat{i} - xz\hat{j} + yz^2\hat{k}$ के लिए $x^2 + y^2 = z^2, z = 2$ से परिबद्ध क्षेत्र में स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिये।

11) (i) Prove that (सिद्ध कीजिए कि) :

$$\text{Curl} [(\vec{a} \times \vec{r})r^n] = (n+2)r^n\vec{a} - nr^{n-2}(\vec{r} \cdot \vec{a})\vec{r}$$

(ii) Using modified Euler's method taking $h = 0.2$ in the interval ,

$0 \leq x \leq 0.6$ solve the following differential equation

$$\frac{dy}{dx} = x + |\sqrt{y}| \text{ where } y = 1 \text{ and } x = 0$$

आयलर की अपरिवर्तित विधि द्वारा $h = 0.2$ लेते हुए अंतराल $0 \leq x \leq 0.6$ में निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए।

$$\frac{dy}{dx} = x + |\sqrt{y}| \text{ जहाँ } y = 1 \text{ और } x = 0$$

12) (i) Using Simpson's rule prove that

सिम्पसन नियम की सहायता सिद्ध कीजिए कि

$$\int_1^7 \frac{dx}{x} = \log_e 7 = 1.9587$$

(ii) Use Lagrange's inverse interpolation formula to find y at

$x = 13.6$ from given table

प्रतिलोम अन्तर्वेशन के लाग्रंज सूत्र का उपयोग करते हुए $x = 13.6$ पर y का मान ज्ञात कीजिये।

x	30	35	40	45	50
y	15.9	14.9	14.1	13.3	12.5

13) From the following data given find $\frac{dy}{dx}$ & $\frac{d^2y}{dx^2}$ at $x = 7.5$ and $x = 7.48$.

निम्न आँकड़ों से $x = 7.5$ तथा $x = 7.48$ के लिए $\frac{dy}{dx}$ तथा $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान ज्ञात कीजिये।

—————